

UYGULAMA SORULARI
(TİTREŞİM HAREKETİ-DALGALAR)

1. x eksenı boyunca, $x=0$ etrafında titreşen bir parçacığın yer değıştirmesi ;
 $x(t) = 10 \cos(4t + \pi/2)$ şeklinde verilmektedir. (x:cm, t: s cinsinden)

- Titreşimin periyodunu,
- Parçacığın $x=5$ cm den geçerken hızını,
- Parçacığın kinetik enerjisini potansiyele eşitleyecek x değeri, bulunuz
- Parçacık için hız-zaman ve ivme-zaman grafiklerini çiziniz.

1)



$$\left. \begin{aligned} x &= A \cos(\omega t + \phi) \\ x &= 10 \cos(4t + \frac{\pi}{2}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$A = 10 \text{ cm}, \quad \omega = 4 \text{ rad/s}, \quad \phi = \pi/2$$

$$a) \quad T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \frac{\pi}{2} \approx 1.57 \text{ s}$$

$$b) \quad U = U_{\text{Max}} = \frac{1}{2} k A^2 = E_T \quad x = 0.05 \text{ m} \quad A = 0.1 \text{ m}$$

$$E_T = K + U \Rightarrow \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2$$

$$v^2 = \frac{k}{m} (A^2 - x^2) \quad \omega^2 = \frac{k}{m}$$

$$v^2 = \omega^2 (A^2 - x^2) \Rightarrow v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}$$

$$v = \pm 4 (0.1^2 - 0.05^2)^{1/2} \Rightarrow v \approx \pm 0.35 \text{ m/s}$$

$$c) \quad \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} m \left\{ \frac{k}{m} (A^2 - x^2) \right\}$$

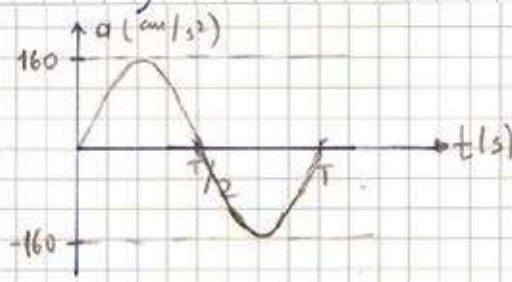
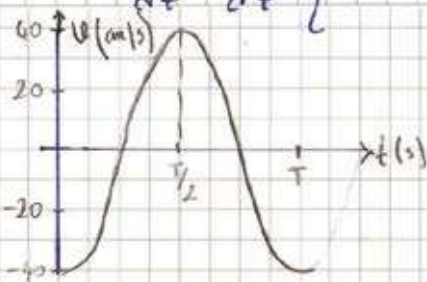
$$A = 10 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow k x^2 = \frac{1}{2} k A^2 \Rightarrow x^2 = \frac{A^2}{2} \Rightarrow x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$$

$$x = \pm 7.07 \text{ cm}$$

$$d) \quad v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} \left\{ 10 \cos(4t + \pi/2) \right\} \Rightarrow v = -40 \sin(4t + \pi/2)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left\{ -40 \sin(4t + \pi/2) \right\} \Rightarrow a = -160 \cos(4t + \pi/2)$$



2. Kütlesi $m=0.3$ kg olan bir cisim, $k=15$ N/m olan ideal bir yaya bağlanmıştır. Hareketin tamamı yatay x ekseninde gerçekleşmekte olup, $x=0$ m cismin denge konumudur. Cisim $x=0.05$ m noktasına getirilip serbest bırakılır.

- a) Bundan sonraki hareketi tanımlayacak yer değiştirmeyi zamanın fonksiyonu şeklinde yazınız.
b) Maksimum pozitif ivmenin hangi x konumunda oluşacağını bulunuz.
c) Maksimum ivmenin şiddetini hesaplayınız.
d) Kütlenin maksimum hızını hesaplayınız.

2)

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \sqrt{\frac{15}{0.3}} \Rightarrow \omega = 7.1 \text{ rad/s}$$

$x: m$
 $t: s$

$t=0$ $x=A$ max ise $\phi \Rightarrow$
 $x = A \sin(\omega t + \phi) \Rightarrow A = A \sin \phi \Rightarrow \phi = \pi/2$

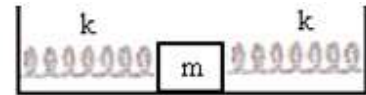
$x = A \sin(\omega t + \phi) \Rightarrow x = 0.05 \sin\{7.1t + \pi/2\}$
veya $x = 0.05 \cos\{7.1t\}$

b) $a = \frac{d^2x}{dt^2} \Rightarrow a = -\omega^2 A \cos \omega t = -\omega^2 x$
parantez max ivmeye x 'in minimum değerinde ulaşır.
 $x = -A \Rightarrow \underline{x = -0.05 \text{ m}}$

c) $a_{\max} = A\omega^2 \Rightarrow a_{\max} = 0.05 (7.1)^2 \Rightarrow a_{\max} = 2.52 \text{ m/s}^2$

d) $v_{\max} = A\omega \Rightarrow v_{\max} = 0.05 (7.1) \Rightarrow v_{\max} \approx 0.36 \text{ m/s}$

3. Birbirine özdeş olan iki yay m kütlesine ve duvara bağlanıyor. Kütle x ekseninde denge konumundan uzaklaştırılıp serbest bırakılıyor. Bu sistemde m kütleinin salınım frekansını bulunuz.



3)

$\sum \vec{F} = -2kx = m\vec{a}$

$$-2kx = m \frac{d^2x}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + 2 \frac{k}{m} x = 0$$

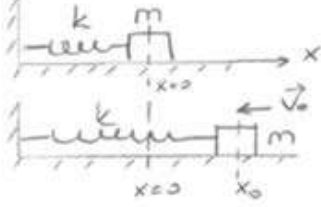
$$\omega = \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

7. Kuvvet sabiti 10^3 N/m olan bir yaya bağlı olan 5 kg kütleli bir cisim sürtünmesiz yatay düzlem üzerinde hareket etmektedir. Cisim denge konumundan 50 cm uzaklığa getiriliyor ve burada cisme denge konumuna doğru 10 m/s'lik hız veriliyor.

- Salınımın frekansını,
- toplam enerjiyi,
- salınımın genliğini bulunuz.

7)



$$\begin{aligned} m &= 5 \text{ kg} \\ k &= 10^3 \text{ N/m} \\ x_0 &= 0,5 \text{ m} \\ v_0 &= 10 \text{ m/s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= m \cdot a \\ -kx &= m \cdot a \\ a &= -\frac{k}{m} \cdot x \end{aligned}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

$$\begin{aligned} \text{a) BHH'n frekansı } f &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \\ &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{10^3}{5}} = 2,25 \text{ s}^{-1} (= \text{Hz}) \end{aligned}$$

$$\text{b) } E_1 = K_1 + U_1 = \frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{1}{2} k x_0^2 = \frac{1}{2} (5 \cdot 10^2 + 10^3 \cdot 0,5^2) = 375 \text{ J}$$

$$\text{c) } \mu = 0 \Rightarrow \Delta E = 0 \Rightarrow E_1 = E_2 = E$$

$$E = \frac{1}{2} k A^2 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2E}{k}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 375}{10^3}} = \underline{\underline{0,866 \text{ m}}}$$

(uzanımın maksimum olduğu andaki mekanik enerji)

10. x eksenı boyunca basit harmonik hareket yapan bir cismin yer değiştirmesi $x = 5\cos(2t + \frac{\pi}{6})$ ile veriliyor. (x, santimetre ve t, saniye olarak veriliyor.) $t = 0$ anında

a) parçacığın yer değiştirmesini,

b) hızını,

c) ivmesini bulunuz.

d) Hareketin periyodunu ve genliğini bulunuz.

10)
a) $t = 0$ $x = 5\cos(2 \cdot 0 + \frac{\pi}{6}) = 5\cos\frac{\pi}{6} = 5 \cdot 0,8 = 4\text{ m.}$

$\boxed{x = 4\text{ m.}}$

b) $v = \frac{dx}{dt} = 5 \cdot 2 \sin(2t + \frac{\pi}{6}) = 10 \sin(2 \cdot 0 + \frac{\pi}{6})$

$\boxed{v = 5\text{ m/s}}$

c) $a = \frac{dv}{dt} = -5 \cdot 2 \cdot 2 \cos(2t + \frac{\pi}{6})$

$a = -20 \cos\frac{\pi}{6}$ $a = -20 \cdot 0,8$ $\boxed{a = -1,6\text{ m/s}^2}$

d) $A = 5\text{ cm}$ (genlik)

$\omega = 2\text{ rad/s}$ $\omega = \frac{2\pi}{T}$ $T = \frac{2\pi}{2} = \pi\text{ s}$

11. Bir parçacık $x=0$ noktası etrafında doğrusal bir basit harmonik hareket yapmaktadır. $t=0$ anında parçacığın uzanımı $x=0,37$ cm, hızı ise sıfırdır. Hareketin frekansı $0,25$ Hz olarak veriliyor. a) Periyodu, b) açısal frekansı, c) faz farkını, d) genliği, e) t anındaki uzanımı, f) t anındaki hızı g) maksimum hızı, h) herhangi bir andaki ivmeyi, i) maksimum ivmeyi j) $t=3$ s anındaki uzanımı k) $t=3$ s anındaki hızı bulunuz.

11) $X = A \sin(\omega t + \phi)$

X : Uzanım (denge konumundan uzaklığı)

A : Genlik

ω : Açısal frekans

ϕ : Faz farkı

$t=0$ için $X=0,37 \text{ cm} = 3,7 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

$v=0$

$f=0,25 \text{ Hz}$

a) $T = \frac{1}{f}$

$T = \frac{1}{0,25}$

$T = 4 \text{ (s)}$

b) $\omega = 2\pi f$

$\omega = 2\pi \cdot 0,25$

$\omega = \frac{\pi}{2} \text{ (rad/s)}$

c) $X = A \sin(\omega t + \phi)$

$v = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \phi)$

$t=0$ için $v=0$

$A\omega \cos \phi = 0$

$A \neq 0$

$\omega \neq 0$

$\cos \phi = 0$

$\phi = \frac{\pi}{2}$

d) $X = A \sin(\omega t + \phi)$

$t=0$ için $X = 3,7 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

$3,7 \cdot 10^{-3} = A \sin \frac{\pi}{2}$

$A = 3,7 \cdot 10^{-3} \text{ (m)}$

e) $X = 3,7 \cdot 10^{-3} \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2}\right)$

$x(t) = 3,7 \cdot 10^{-3} \cos \frac{\pi}{2}t \text{ (m)}$

f) $v = \frac{dx}{dt} = -3,7 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi}{2}t$

$v(t) = -5,8 \cdot 10^{-3} \sin \frac{\pi}{2}t \text{ (m/s)}$

g) $v_{\max} = 5,8 \cdot 10^{-3} \text{ (m/s)}$

h) $a = \frac{dv}{dt} = -5,8 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \cos \frac{\pi}{2}t$

$a(t) = -9,1 \cdot 10^{-3} \cos \frac{\pi}{2}t \text{ (m/s}^2\text{)}$

i) $a_{\max} = 9,1 \cdot 10^{-3} \text{ (m/s}^2\text{)}$

j) $x(t) = 3,7 \cdot 10^{-3} \cos \frac{\pi}{2}t \text{ (m)}$

$x(3) = 3,7 \cdot 10^{-3} \cdot \cos \frac{\pi}{2} \cdot 3$

$x(3) = 0$

k) $v(t) = -5,8 \cdot 10^{-3} \sin \frac{\pi}{2}t \text{ (m/s)}$

$v(3) = -5,8 \cdot 10^{-3} \cdot \sin \frac{\pi}{2} \cdot 3$

$v(3) = 5,8 \cdot 10^{-3} \text{ (m/s)}$

18. Kütlesi $M=4 \text{ kg}$ olan bir blok, yay sabiti 500 N/m olan bir yaya düşey doğrultuda asılıyor. Kütlesi $m=50 \text{ g}$ olan bir mermi, bloğun altından, bloğa doğru 150 m/s 'lik ilk hızla ateşleniyor. Mermi, bloğa çarpıyor ve içine gömülüp kalıyor.

a) Çarpışma sonucu oluşan basit harmonik hareketin genliğini bulunuz.

b) Merminin kinetik enerjisinin ne kadarlık bir bölümü harmonik salınıcıda depo edilir?

18)

a) Gizgisel Momentum korunumu

$$m\vec{v}_{ci} + M\vec{v}_{ci} = (m+M)\vec{v}_s$$

$$v_s = \frac{m\vec{v}_{ci}}{m+M}$$

$$v_s = \frac{50 \cdot 10^{-3} \cdot 150}{50 \cdot 10^{-3} + 4}$$

$$v_s = 1,85 \text{ (m/s)}$$

Çarpışmadan sonra mekanik enerji korunumu

$$K_i + \sum U_i = K_s + \sum U_s$$

$$\frac{1}{2}(m+M)v_s^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

$$\frac{1}{2}(50 \cdot 10^{-3} + 4) \cdot (1,85)^2 = \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot A^2$$

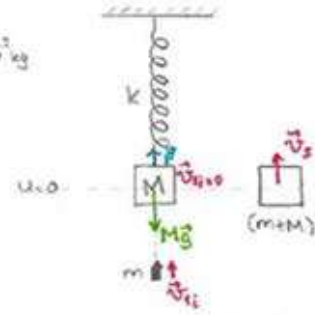
$$A \approx 0,167 \text{ (m)}$$

$$M = 4 \text{ kg}$$

$$m = 50 \text{ g} = 50 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$k = 500 \text{ N/m}$$

$$v_{ci} = 150 \text{ m/s}$$



b)

$$\frac{E_s}{E_i} = \frac{\frac{1}{2}kA^2}{\frac{1}{2}m\vec{v}_{ci}^2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 500 \cdot (0,167)^2}{\frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 10^{-3} \cdot 150^2}$$

$$\frac{E_s}{E_i} = 0,0123 ; \boxed{\%1,23}$$

veya

$$\frac{E_s}{E_i} = \frac{\frac{1}{2}(m+M)v_s^2}{\frac{1}{2}m\vec{v}_{ci}^2} = \frac{\frac{1}{2}(50 \cdot 10^{-3} + 4)(1,85)^2}{\frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 10^{-3} \cdot 150^2}$$

$$\frac{E_s}{E_i} = 0,0123 ; \boxed{\%1,23}$$

22. Harmonik bir dalga katarı $y = (0.25)\sin(0.3x - 40t)$ şeklinde verilmiştir. x ve y (m), t (s)'dir. Bu dalganın;
- (a) Genliğini,
 - (b) Açısal frekansını,
 - (c) Dalga sayısını,
 - (d) Dalga boyunu,
 - (e) Dalga hızını,
 - (f) Hareketin yönünü bulunuz.

22)

$$y = A \cdot \sin(kx - \omega t)$$

$$y = 0,25 \cdot \sin(0,3x - 40t)$$

a) $A = 0,25 \text{ m}$

b) $\omega = 40 \text{ rad/s}$

c) $k = 0,3 \text{ rad/m}$

d) $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{0,3} = 20,9 \text{ m}$

e) $v = \lambda \cdot f$

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{40}{2\pi} = 6,37 \text{ s}^{-1}$$

$$v = 20,9 \cdot 6,37 = 133 \text{ m/s}$$

veya;

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{40}{0,3}$$

$$v = 133 \text{ m/s}$$

f) Dalga sağa doğru $+x$ yönünde hareket eder.